D'où f est une symétrie centrale de centre A∗C=O car f(A) = C.
Ainsi f = S_O

b- • $(g \circ f)(C) = g[f(C)] = g(A) = C$.
• $(g \circ f)(D) = g[f(D)] = g(B) = D$.
g est un antidéplacement et f un déplacement
$\Rightarrow$ g ∘ f est un antidéplacement.
De plus g ∘ f fixe deux points C et D alors $g \circ f = S_{(CD)}$ la symétrie axiale d'axe la droite (CD).

c- $g \circ f = S_{(CD)} \Leftrightarrow g \circ S_O = S_{(CD)} \Leftrightarrow g = S_{(CD)} \circ S_O$
$\Leftrightarrow g = S_{(CD)} \circ S_{(OJ)} \circ S_{(OI)}$ **car** (OJ)⊥(OI).
$\Leftrightarrow g = t_{\overrightarrow{CB}} \circ S_{(OI)}$ car (CD)//(OJ)

Comme $\overrightarrow{CB}$ est un vecteur directeur de (IO) alors $t_{\overrightarrow{CB}} \circ S_{(OI)}$ est la forme réduite de g.

2/a- $S(A) = B$ et $S(D) = I \Rightarrow \dfrac{BI}{AD} = \dfrac{\frac{1}{2}AB}{AD} = \dfrac{1}{2}$ est le rapport de S.

$\begin{cases} S(A) = B \\ S(D) = I \end{cases} \Rightarrow \widehat{\left(\overrightarrow{AD};\overrightarrow{BI}\right)}$ est l'angle de S.

$\widehat{\left(\overrightarrow{AD};\overrightarrow{BI}\right)} \equiv \widehat{\left(\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AB}\right)} + \widehat{\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{BI}\right)}$ $[2\pi]$
$\equiv -\dfrac{\pi}{2} + \pi$ $[2\pi] \equiv \dfrac{\pi}{2}$ $[2\pi]$.

Ainsi S est de rapport $\frac{1}{2}$ et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

• Construction de Ω le centre de S.

⋆ $S(A) = B \Rightarrow \widehat{\left(\overrightarrow{\Omega A};\overrightarrow{\Omega B}\right)} \equiv \dfrac{\pi}{2}$ $[2\pi]$

$\Leftrightarrow \widehat{\left(\overrightarrow{\Omega A};\overrightarrow{\Omega B}\right)} \equiv \widehat{\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right)}$ $[2\pi]$

$\Rightarrow \Omega \in$ au demi-cercle $\overset{\frown}{AOB}$ du cercle de diamétre [AB].

∗ $S(D) = I \Rightarrow \widehat{\left(\overrightarrow{\Omega D};\overrightarrow{\Omega I}\right)} \equiv \dfrac{\pi}{2}$ $[2\pi]$

$\Rightarrow \Omega \in$ au demi-cercle de diametre [DI] et tel que ΩDI un triangle direct.

b- L'angle de S est $\frac{\pi}{2}$ donc :

• S((AC)) est la droite perpendiculaire à (AC) passant par S(A) = B $\Rightarrow$ S((AC)) = (BO) car ABCD est un carré de centre O.

• S((CD)) est la droite perpendiculaire à (CD) passant par S(D) = I $\Rightarrow$ S((CD)) = (IO) car (IO) est ⊥ à (CD).